

IT@CookBook, 기초 신호 및 시스템(2판)

[연습문제 답안 이용 안내]

- 본 연습문제 답안의 저작권은 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전재하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

제3장 기본적인 신호와 연산

[Quick Review]

※ 다음 문제에서 옳은 것을 골라라.

(1) 계단 함수 $u(t)$ 는 전 시간 구간에서 값이 1이다. (○, ×)

Ans) ×

(2) (사각 펄스, 부호 함수, 램프 함수, 지수 함수)는 계단 함수에 의해 표현될 수 없다.

Ans) 지수 함수

(3) 갑작스러운 입력 변화에 대한 반응을 검사하는 신호는 (계단 함수, 램프 함수)이다.

Ans) 계단 함수

(4) 연속 임펄스 함수 $\delta(t)$ 는 $t=0$ 에서 그 값(크기)이 1이다. (○, ×)

Ans) ×

(5) 물리적으로 존재하지 않는 신호는 (이산, 연속) 임펄스 함수이다.

Ans) 연속

(6) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0)$ 는 임펄스 함수의 (체 거르기, 이동 적분) 성질이다.

Ans) 체 거르기

(7) 모든 지수 함수는 안정한 신호이다. (○, ×)

Ans) ×

(8) 지수 함수를 미분하면 형태가 (같은, 다른) 함수가 된다.

Ans) 같은

(9) 정현파와 지수 함수는 아무런 관련이 없다. (○, ×)

Ans) ×

(10) $x(t) = e^{\sigma t} \cos(\omega t + \phi)$ 에서 $e^{\sigma t}$ 를 $x(t)$ 의 (포락선, 유도선, 중심선)이라고 한다.

Ans) 포락선

(11) 진폭 반전은 (시간축, 크기축)에 대칭인 신호를 만들어낸다.

Ans) 시간축

(12) 신호의 극성을 바꾸는 연산은 (진폭 반전, 시간 반전, 시간 척도조절) 연산이다.

Ans) 진폭 반전

(13) 신호의 진폭 이동은 ($t < 0$, $t \geq 0$, $-\infty < t < \infty$)에 대해 적용한다.

Ans) $-\infty < t < \infty$

(14) 시간 반전은 (시간축, 크기축)에 대칭인 신호를 만들어낸다.

Ans) 크기축

(15) $x(t+3)$ 은 $x(t)$ 에 대해 시간 (앞섬, 지연)이다.

Ans) 앞섬

(16) $x(3t)$ 는 $x(t)$ 에 대해 시간축을 3배로 늘인 신호이다. (○, ×)

Ans) ×

(17) $x(-2(t-2))$ 는 $x(t)$ 를 시간 반전-(척도조절, 이동)-(척도조절, 이동)한 것이다.

Ans) 척도조절, 이동

(18) $x(t)$ 에 시간 반전-시간 척도조절-시간 이동 순으로 기본 연산을 적용하여 $x(-2t+6)$ 를 얻을 때 시간 이동 값은 (3, 6)만큼 (앞섬, 지연)하면 된다.

Ans) 3, 지연

(19) 기본 연산을 조합할 때 반드시 지켜야 할 우선순위가 있다. (○, ×)

Ans) ×

(20) 신호에 대한 연산의 조합 순서를 바꾸면 시간 이동 값이 변할 수 있다. (○, ×)

Ans) ○

[기초 문제]

3.1 다음 연속 신호의 파형을 그려라.

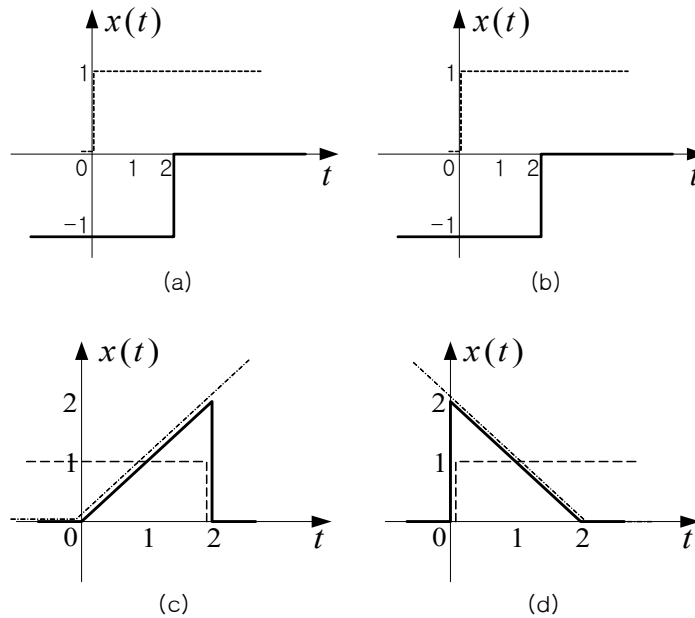
(a) $x(t) = u(t-2) - 1$

(b) $x(t) = -u(-t+2)$

(c) $x(t) = r(t)u(-t+2)$

(d) $x(t) = r(2-t)u(t)$

Ans)



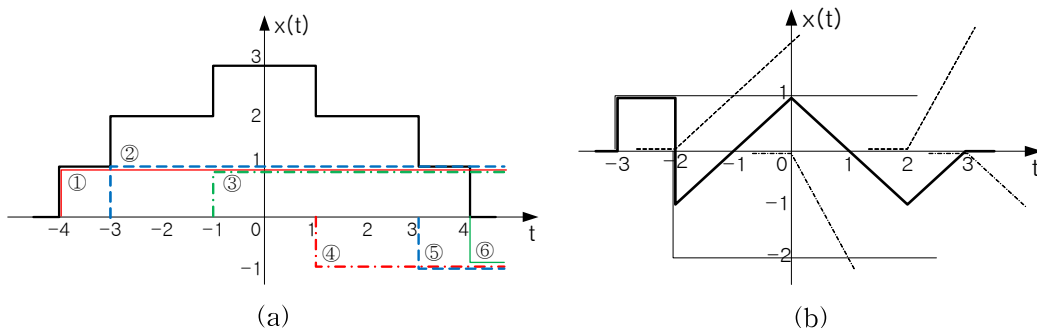
3.2 다음의 신호를 그리고, 계단 신호와 램프 신호를 이용한 수식 표현을 구하라.

(a)
$$x(t) = \begin{cases} 3, & |t| < 1 \\ 2, & 1 \leq |t| < 3 \\ 1, & 3 \leq |t| < 4 \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$$

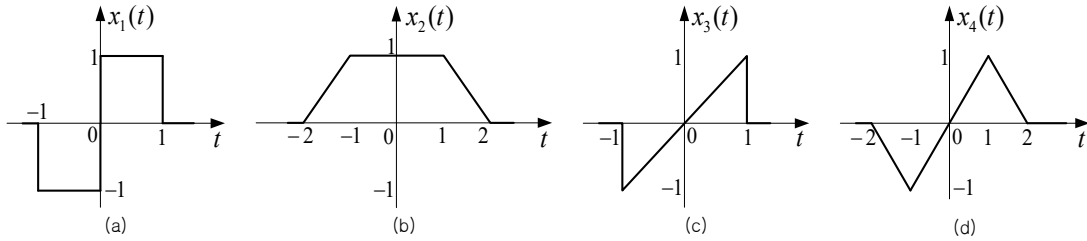
Ans) $x(t) = u(t+4) + u(t+3) + u(t+1) - u(t-1) - u(t-3) - u(t-4)$

(b)
$$x(t) = \begin{cases} 1, & -3 \leq t < -2 \\ t+1, & -2 \leq t < 0 \\ -t+1, & 0 \leq t < 2 \\ t-3, & 2 \leq t < 3 \\ 0, & \text{그 외} \end{cases}$$

Ans)
$$\begin{aligned} x(t) &= u(t+3) + tu(t+2) - 2tu(t) + 2(t-2)u(t-2) - (t-3)u(t-3) \\ &= u(t+3) - 2u(t+2) + (t+2)u(t+2) - 2tu(t) + 2(t-2)u(t-2) - (t-3)u(t-3) \end{aligned}$$



3.3 다음 그림의 신호에 대해 계단 신호와 램프 신호를 이용한 수식 표현을 구하라.



Ans) 주어진 신호를 계단 함수로 표현된 사각 펄스를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

(a) $x_1(t) = -u(t+1) + 2u(t) - u(t-1)$

(b) $x_2(t) = (t+2)[u(t+2) - u(t+1)] + [u(t+1) - u(t-1)] + (-t+2)[u(t-1) - u(t-2)]$
 $= r(t+2) - r(t+1) - r(t-1) + r(t-2)$

(c) $x_3(t) = t[u(t+1) - u(t-1)] = r(t+1) - u(t+1) - r(t-1) - u(t-1)$

(d) $x_4(t) = (-t-2)[u(t+2) - u(t+1)] + t[u(t+1) - u(t-1)] + (-t+2)[u(t-1) - u(t-2)]$
 $= -r(t+2) + 2r(t+1) - 2r(t-1) + r(t-2)$

3.4 다음과 같이 임펄스 함수가 포함된 적분을 계산하라.

(a) $\int_{-\infty}^{\infty} (t^2 - 3t + 2)\delta(t-2)dt$

Ans) $\int_{-\infty}^{\infty} (t^2 - 3t + 2)\delta(t-2)dt = 0$

(b) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}u(t)(\delta(t+2) + \delta(t-1))dt$

Ans) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t}u(t)(\delta(t+2) + \delta(t-1))dt = e^{-1}$

(c) $\int_{-2}^1 (t+t^2)\delta(t-3)dt$

Ans) $\int_{-2}^1 (t+t^2)\delta(t-3)dt = 0$

(d) $\int_{-2}^4 (t+t^2)\delta(t-3)dt$

Ans) $\int_{-2}^4 (t+t^2)\delta(t-3)dt = 12$

3.5 오일러 공식을 이용하여 다음 신호를 삼각 함수 합성하여 삼각 함수로 나타내라.

(a) $x(t) = 2\sin(\pi t) + 2\cos(\pi t)$

Ans) $x(t) = 2\sqrt{2}\cos(\pi t - \frac{\pi}{4})$

(b) $x(t) = 2\sin(\pi t) - 2\cos(\pi t)$

Ans) $x(t) = -2\sqrt{2}\cos(\pi t + \frac{\pi}{4}) = 2\sqrt{2}\cos(\pi t - \frac{3\pi}{4})$

(c) $x(t) = 2\cos(\pi t) + 2\sqrt{3}\sin(\pi t)$

Ans) $x(t) = 4\cos(\pi t - \frac{\pi}{3})$

(d) $x(t) = -2\cos(\pi t - \frac{3\pi}{4}) + 2\sin(\pi t + \frac{\pi}{4})$

Ans) $x(t) = 2\sqrt{2}\cos(\pi t)$

3.6 오일러 공식을 이용하여 다음 복소 신호를 삼각 함수 꼴로 나타내라.

(a) $x(t) = e^{-(2+j2)t} + e^{-(2-j2)t}$

Ans) $x(t) = 2e^{-2t}\cos(2t)$

(b) $x(t) = j(e^{-(1+j1)t} - e^{-(1-j1)t})$

Ans) $x(t) = 2e^{-t}\sin(t)$

(c) $x(t) = e^{-(2+j2)t}e^{(1+j1)t}$

Ans) $x(t) = e^{-t}(\cos(t) - j\sin(t))$

(d) $x(t) = 2(1+j1)e^{(-3+j2)t}$

Ans) $x(t) = 2\sqrt{2}e^{-3t}(\cos(2t + \frac{\pi}{4}) + j\sin(2t + \frac{\pi}{4}))$

3.7 신호에 대한 기본 연산에 대한 다음의 설명 중 옳은 것은?

- ㉠ 라디오의 볼륨을 높이는 동작은 신호의 진폭 이동에 해당한다.
- ㉡ 라디오의 다이얼을 돌려 방송국을 바꾸는 것은 신호의 진폭 척도조절에 해당한다.
- ㉢ 정현파에 DC 오프셋을 더해주는 것은 신호의 진폭 이동에 해당한다.
- ㉣ 녹음테이프를 거꾸로 재생하는 것은 신호의 진폭 반전에 해당한다.

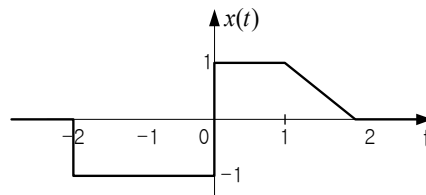
Ans) ㉢

3.8 다음 중 계단 신호 $u(t-1)$ 의 시간 반전 신호는 어느 것인가?

- ㉠ $u(-t+1)$
- ㉡ $u(-t-1)$
- ㉢ $-u(-t-1)$
- ㉣ $-u(-t+1)$

Ans) ㉡

3.9 다음 그림의 신호 $x(t)$ 에 대해 다음의 신호를 그려라.

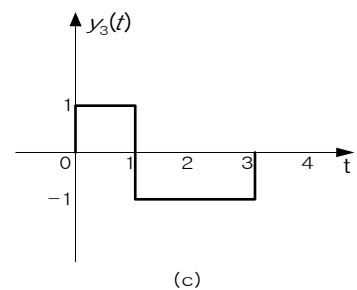
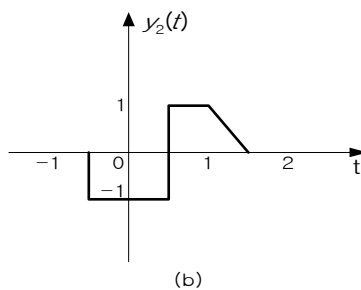
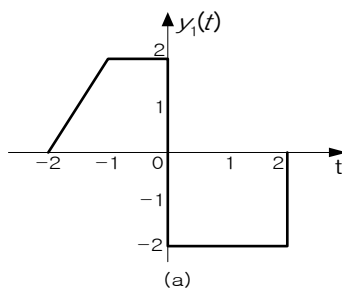


(a) $y_1(t) = 2x(-t)$

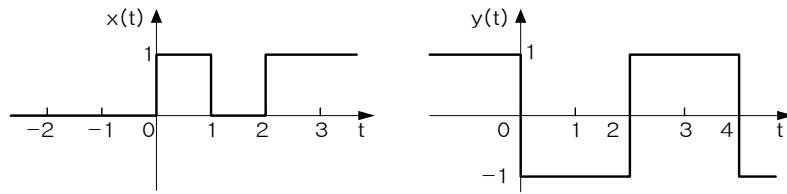
(b) $y_2(t) = x(2t-1)$

(c) $y_3(t) = x(-t+1)u(t)$

Ans)



3.10 다음 그림과 같은 신호가 주어져 있다.



(a) $u(t)$ 를 이용하여 $x(t)$ 를 표현하라.

Ans) $x(t) = u(t) - u(t-1) + u(t-2)$

(b) $u(t)$ 를 이용하여 $y(t)$ 를 표현하라.

Ans) $y(t) = u(-t) - u(t) + 2u(t-2) - 2u(t-4)$

(c) $x(t)$ 의 함수로 $y(t)$ 를 표현하라.

Ans) $y(t) = 2x(-(t-4)/2) - 1$

[응용 문제]

3.11 다음 연속 신호의 파형을 그려라.

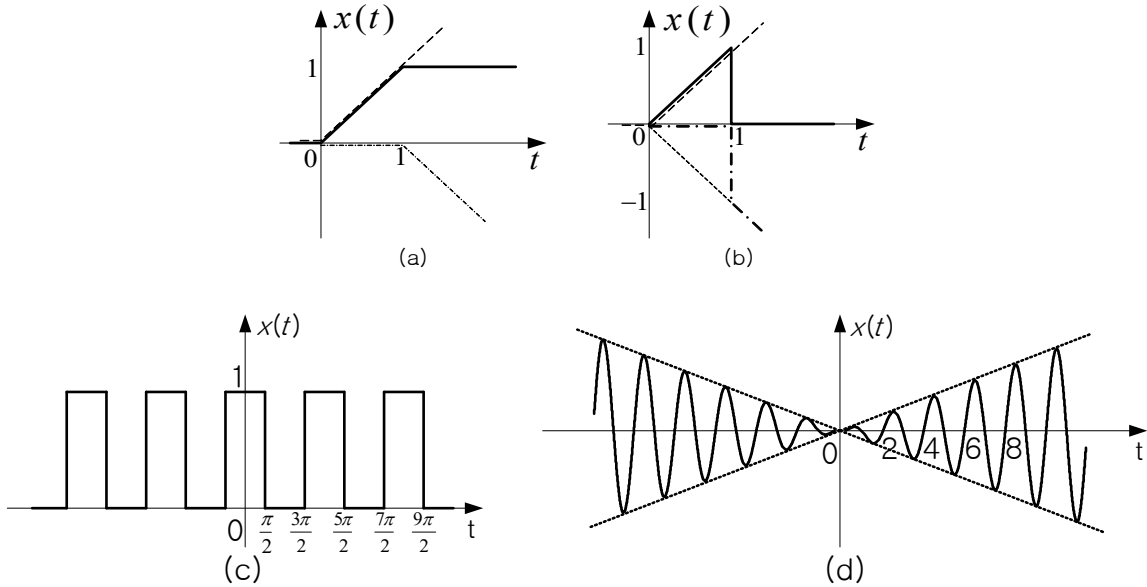
(a) $x(t) = tu(t) - (t-1)u(t-1)$

(b) $x(t) = tu(t) - tu(t-1)$

(c) $x(t) = u(\cos(t))$

(d) $x(t) = t \sin(\pi t)$

Ans)



3.12 다음의 연속 신호를 그리고, 계단 신호를 이용해 합 형태의 수식 표현을 구하라.

(a) $x(t) = u(t)u(t-2)$

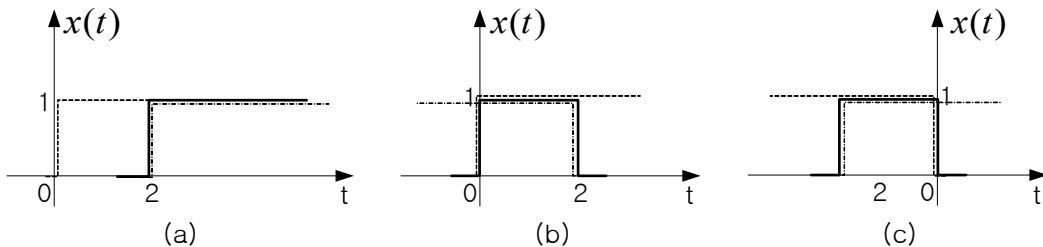
Ans) $x(t) = u(t-2)$

(b) $x(t) = u(t)u(2-t)$

Ans) $x(t) = u(t) - u(t-2)$

(c) $x(t) = u(-t)u(t+2)$

Ans) $x(t) = u(t+2) - u(t)$



3.13 계단 함수를 이용한 사각 펄스 함수의 표현 중 틀린 것은?

㉠ $\text{rect}(t/2a) = u(-t+a) + u(t+a) - 1$

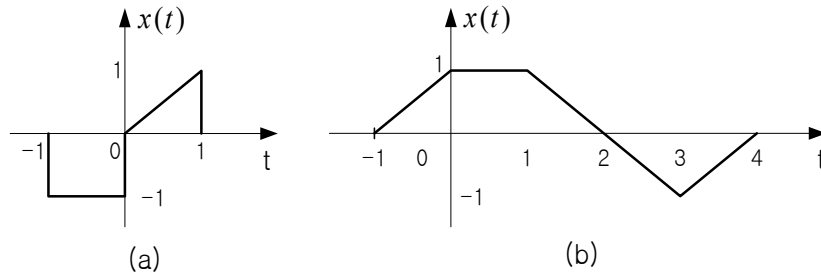
㉡ $\text{rect}(t/2a) = u(-t+a) - u(-t-a)$

㉢ $\text{rect}(t/2a) = u(-t-a) - u(t-a) + 1$

㉣ $\text{rect}(t/2a) = u(-t+a) \cdot u(t+a)$

Ans) ㉡

3.14 다음 그림의 신호에 대해 계단 신호를 이용한 수식 표현을 구하라.



Ans)

$$(a) \quad x(t) = -[u(t+1) - u(t)] + t[u(t) - u(t-1)]$$

$$(b) \quad x(t) = (t+1)[u(t+1) - u(t)] + [u(t) - u(t-1)] + (-t+2)[u(t-1) - u(t-3)] + (t-4)[u(t-3) - u(t-4)]$$

$$= \underbrace{(t+1)u(t+1)}_{\text{①}} - \underbrace{tu(t)}_{\text{②}} - \underbrace{(t-1)u(t-1)}_{\text{③}} + \underbrace{2(t-3)u(t-3)}_{\text{④}} - \underbrace{(t-4)u(t-4)}_{\text{⑤}}$$

3.15 다음과 같이 임펄스 함수가 포함된 적분을 계산하라.

$$(a) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \left(\delta(t) \cos(t) + \delta\left(t - \frac{\pi}{2}\right) \sin(t) \right) dt$$

$$\text{Ans) } \int_{-\infty}^{\infty} (\delta(t) \cos(t) + \delta(t - \frac{\pi}{2}) \sin(t)) dt = 2$$

$$(b) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \cos(t) u\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \delta(t) dt$$

$$\text{Ans) } \int_{-\infty}^{\infty} \cos(t) u\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \delta(t) dt = 0$$

$$(c) \quad x(t) = \sin(2\pi t) \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t-k)$$

$$\text{Ans) } x(t) = \sin(2\pi t) [\delta(t) + \delta(t-1) + \delta(t-2) + \dots] = 0$$

$$(d) \quad \int_{-2}^2 (e^{t+1} + \cos(\frac{\pi}{3}t)) \delta(t+1) dt$$

$$\text{Ans) } \int_{-2}^2 (e^{t+1} + \cos(\frac{\pi}{3}t)) \delta(t+1) dt = \frac{3}{2}$$

3.16 다음 복소 신호를 복소 지수 함수 꼴로 나타내라.

$$(a) \quad x(t) = \cos(\pi t + \frac{\pi}{4}) + j \sin(\pi t + \frac{\pi}{4})$$

$$\text{Ans) } x(t) = e^{j(\pi t + \frac{\pi}{4})}$$

$$(b) \quad x(t) = -2\cos(\pi t - \frac{2\pi}{3}) + j2\sin(\pi t + \frac{\pi}{3})$$

$$\text{Ans) } x(t) = 2e^{j(\pi t + \frac{\pi}{3})}$$

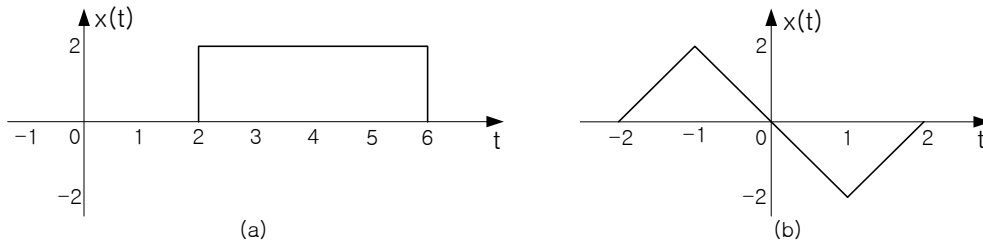
$$(c) \quad x(t) = e^{-2t} [\cos(\pi t) - j \sin(\pi t)]$$

$$\text{Ans) } x(t) = e^{-(2+j\pi)t}$$

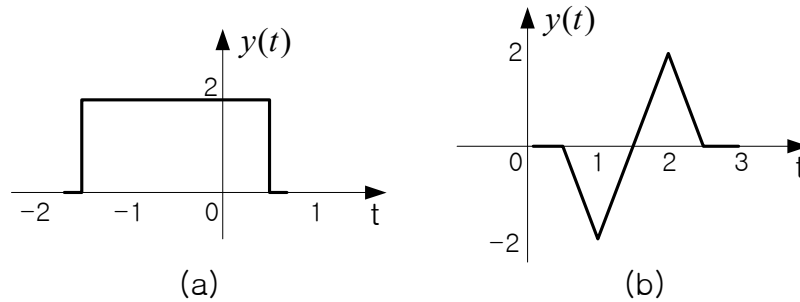
(d) $x(t) = 2e^{-t} [\cos(\pi t - \frac{\pi}{2}) - j \sin(\pi t + \frac{\pi}{2})]$

Ans) $x(t) = 2e^{-t} e^{j(\pi t - \frac{\pi}{2})}$

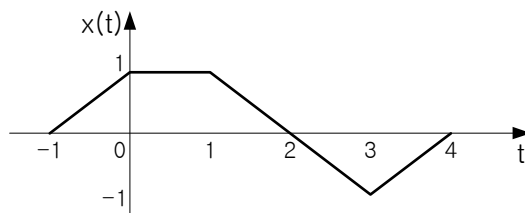
3.17 다음 그림의 신호 $x(t)$ 에 대해 $y(t) = x(-2t+3)$ 을 그려라.



Ans)



3.18 다음 그림의 신호 $x(t)$ 에 대해 다음의 신호를 그려라.

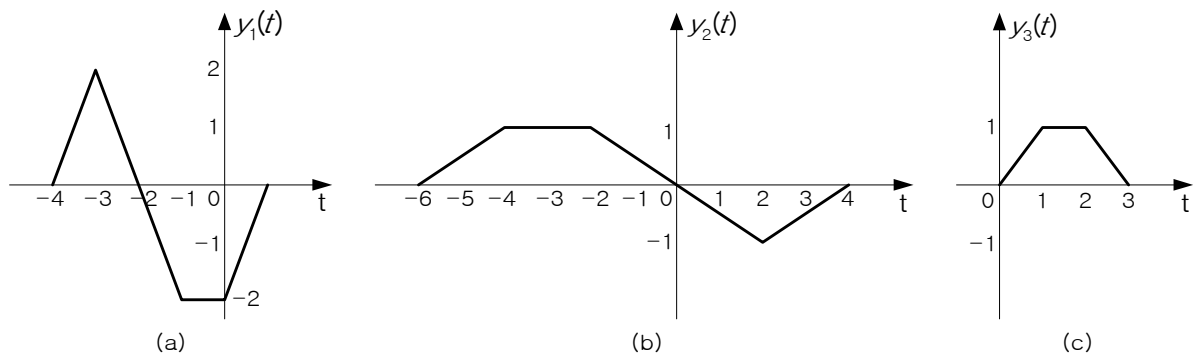


(a) $y_1(t) = -2x(-t)$

(b) $y_2(t) = x\left(\frac{t}{2} + 2\right)$

(c) $y_3(t) = x(-t+2)u(t)$

Ans)

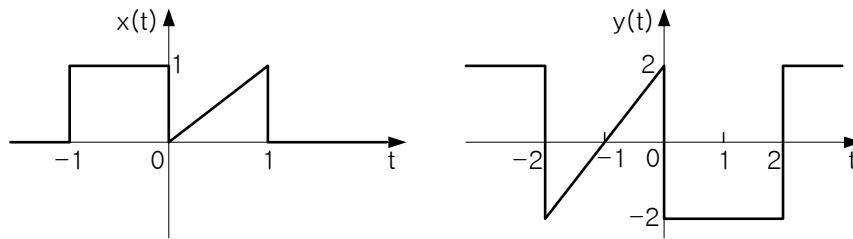


3.19 $x(t)$ 로부터 $x(-t/2+2)$ 를 구하기 위한 기본 연산의 조합이 옳은 것은?

- ㉠ 시간 반전 - 2배로 시간 늘이기 - 2만큼 시간 선행
 ㉡ 2배로 시간 늘이기 - 시간 반전 - 4만큼 시간 지연
 ㉢ 시간 반전 - 2만큼 시간 선행 - 2배로 시간 늘이기
 ㉣ 2만큼 시간 선행 - 시간 반전 - 2배로 시간 늘이기

Ans) ㉡, ㉣

3.20 다음 그림과 같은 신호가 주어져 있다.



(a) $u(t)$ 를 이용하여 $x(t)$ 를 표현하라.

Ans) $x(t) = [u(t+1) - u(t)] + t[u(t) - u(t-1)] = u(t+1) - u(t) + tu(t) - (t-1)u(t-1) - u(t-1)$

(b) $u(t)$ 를 이용하여 $y(t)$ 를 표현하라.

Ans) $y(t) = 2u(-t-2) + (2t+2)[u(t+2) - u(t)] - 2u(t) + 4u(t-2)$
 $= 2u(-(t+2)) + 2(t+2)u(t+2) - 2tu(t) - 4u(t) + 4u(t-2)$

(c) $x(t)$ 의 함수로 $y(t)$ 를 표현하라.

Ans) $y(t) = -4x(-\frac{t}{2}) + 2$